7-Дәріс

<u>Тақырыбы: </u>**Функцияның үзіліссіздігі. Үзіліссіз функцияның қасиеттері. Үзіліс нүктелер, олардың классификациясы. Күрделі функцияның үзіліссіздігі. Кері функцияның бар болуы және үзіліссіздігі. Функцияның бірқалыпты үзіліссіздігі.**

Функциялардың үзіліссіздігі

Анықтама. a санынан айырымының абсолют шамасы ε-нан кіші сандардан құрылған $O_\varepsilon(a)$ жиынын a нүктесінің ε- маңайы деп атайды, және

$$O_\varepsilon(a)=\{x\in R:|x-a|<\varepsilon\}.$$

Анықтама. f функциясы x_0 нүктесінің белгілі бір $O_\varepsilon(x_0)$ маңайында анықталсын. Егер

$$\lim_{x\to x_0} f(x)=f(x_0) \qquad (1),$$

онда f функициясын x_0 нүктесінде үзіліссіз дейді.

Шектің анықтамасын қолданып үзіліссіздіктің келесі анықтамасына келеміз.

Анықтама. Егер әрбір $\varepsilon>0$ үшін $|x-x_0|<\delta(\varepsilon)$ теңсіздігін қанағаттандыратын және f функциясының анықталу жиынынан алынған барлық x сандарына $|f(x)-f(x_0)|<\varepsilon$ теңсіздігі орындалатын $\delta>0$ саны табылса, онда f функциясы x_0 нүктесінде үзіліссіз деп аталады.

(1) теңдікті $\left(\lim\limits_{x\to x_0} x=x_0\right)$ болғандықтан $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=f\left(\lim\limits_{x\to x_0} x\right)$ деп те жазуға болады. Бұдан үзіліссіз функция белгісінің астына шекке өтуге болатынын көреміз.

Анықтама. f функциясы белгілі бір $\delta>0$ үшін $[x_0,x_0+\delta)$ жиынында анықталған болсын. Егер $\lim\limits_{x\to x_o+0} f(x)=f(x_0)$ болса, онда $f(x)$ функциясы x_0 нүктесінде оң жақты үзіліссіз деп аталады.

Анықтама. f функциясы белгілі бір $\delta>0$ үшін $(x_0-\delta,x_0]$ жиынында анықталған болсын. Егер $\lim\limits_{x\to x_o-0} f(x)=f(x_0)$ болса, онда $f(x)$ функциясы x_0 нүктесінде сол жақты үзіліссіз деп аталады.

Теорема 1. Егер $f(x)$ және $g(x)$ функциялары x_0 - нүктесінде үзіліссіз болса , онда

$$f(x)\pm g(x),\ f(x)\cdot g(x)$$

функциялары, ал $g(x_0)\neq 0$, онда $\frac{f(x)}{g(x)}$ функциясы x_0 нүктесінде үзіліссіз болады.

Теорема 2. (күрделі функцияның үзіліссіздігі). Егер $u=f(x)$ функциясы x_0 нүктесінде үзіліссіз және $u_0=f(x_0)$, ал $z=g(u)$ функциясы u_0 нүктесінде үзіліссіз болса, онда $z=g[f(x)]$ күрделі функция x_0 - нүктесінде үзіліссіз болады.

Үзіліс нүктелері және олардың түрлері

f функциясы $x = a$ нүктесінде және оның белгілі бір маңайында анықталған, сонымен бірге $f(a+0)$ мен $f(a-0)$ шектері бар және

$$f(a) = f(a+0) = f(a-0) \tag{2}$$

теңдіктері орындалса, онда f функциясы $x = a$ нүктесінде үзіліссіз функция болады.

Анықтама. Егер $f(a+0)$=A, $f(a-0)$=B, A$\neq$B болса, онда x=a нүктесі бірінші текті үзіліс нүктесі деп аталады.

Егер $f(a+0)$, $f(a-0)$ шектері бар, бірақ (2) теңдіктердің кемінде біреуі орындалмаса, онда f функциясы $x = a$ нүктесінде бірінші текті **үзілісті функция** деп аталады.

Егер $f(a+0)$, $f(a-0)$ біржақты шектерінің ең болмағанда біреуі жоқ болса немесе шексіздікке тең болса, онда $x = a$ **нүктесі екінші текті үзіліс нүктесі** деп аталады.